

Pythagore

1. Savoir

1.1. Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

☛ Attention à ne pas confondre « somme des carrés » avec « carré de la somme ».
En effet, si je prends 2 et 3, voici :

- la somme des carrés : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$
- le carré de la somme : $(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$ ☛

1.2. Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres cotés, alors ce triangle est rectangle.

☛ Attention à ne pas appeler hypoténuse le plus grand côté d'un triangle pour lequel on n'a pas encore prouvé qu'il était rectangle ☛

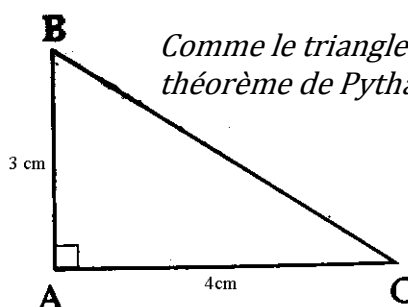
2. Savoir-faire

2.1. Calculer des longueurs

2.1.1. Calculer la longueur de l'hypoténuse

Soit ABC un triangle rectangle en A. On donne $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.
Calculer BC.

Corrigé :



Comme le triangle ABC est un triangle rectangle, alors on applique le théorème de Pythagore et on a :

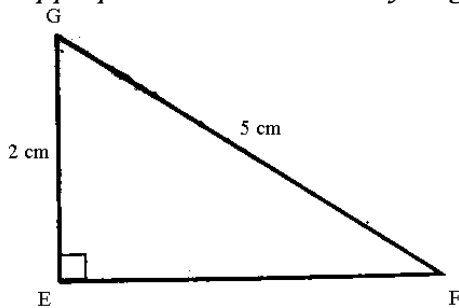
$$\begin{aligned}BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\BC^2 &= 3^2 + 4^2 \\BC^2 &= 9 + 16 = 25 \\BC &= \sqrt{25} = 5 \text{ cm}\end{aligned}$$

2.1.2. Calculer une autre longueur

Soit GEF, un triangle rectangle en E. On donne $GE = 2 \text{ cm}$ et $GF = 5 \text{ cm}$.
Calculer EF.

Corrigé :

De la même façon que dans l'exercice précédent, on commence par appliquer le théorème de Pythagore et on obtient :



$$\begin{aligned}GF^2 &= GE^2 + EF^2 \\5^2 &= 2^2 + EF^2 \\5^2 - 2^2 &= EF^2 \\EF^2 &= 25 - 4 = 21 \\EF &= \sqrt{21} \text{ cm} \approx 4,6 \text{ cm}.\end{aligned}$$

Conseil : on donnera toujours le résultat en valeur exacte (ici $\sqrt{21}$) avant de le donner en valeur approchée (ici 4,6).

2.2. Reconnaître si un triangle est rectangle

Soit JKL un triangle, avec $JK = 2 \text{ dm}$, $KL = 3 \text{ dm}$ et $JL = 4 \text{ dm}$.
Le triangle JKL est-il rectangle ?

Corrigé :

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle si le carré de la longueur d'un côté est égal au carré de la somme des longueurs des deux autres côtés.

On calcule donc le carré de la longueur du plus grand côté :

$$JL^2 = 4^2 = 16$$

On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :

$$JK^2 + KL^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

Il est clair que $JL^2 \neq JK^2 + KL^2$ (puisque $16 \neq 13$) donc le triangle n'est pas un triangle rectangle.

Conseils : On calcule toujours séparément le carré de la longueur du plus grand côté séparément de la somme des carrés des deux autres longueurs puis on conclut en comparant les deux résultats.